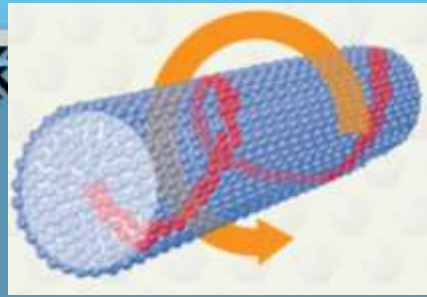


TEGANGAN GESER TORSI

RINI YULIANINGSIH

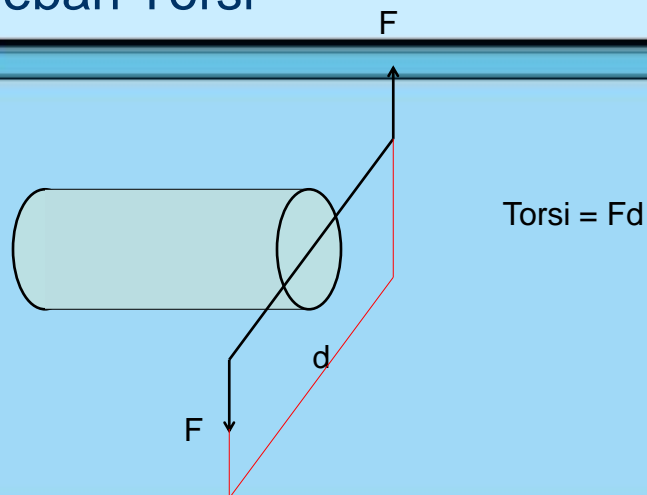


Efek Torsi

- Tegangan geser torsi
- Perpindahan sudut dari suatu titik ke titik lain → Sudut Puntir
 - Penting dalam perencanaan poros mesin (jenis bahan, dimensi)
 - Sehingga memenuhi secara teknis dan ekonomis



Beban Torsi



Hubungan antara Torsi dan Daya

Pada saat poros mentransmisikan suatu daya untuk menggerakkan mesin → juga terjadi beban torsi

$$P = 2\pi T n$$

$$\rightarrow T = \frac{P}{2\pi n}$$

T : Torsi (N.m)

P : Daya yang ditransmisikan (Watt)

n : Putaran per detik

Karena $n = \text{RPM}/60$ maka
$$T = \frac{30P}{\pi \text{RPM}} = \frac{9.55P}{\text{RPM}}$$



Momen Polar Penampang Lingkaran

- Momen polar → ekspresi matematika yang tidak memiliki arti mekanik namun banyak digunakan dalam bidang mekanika
- Dapat diturunkan dengan persamaan tersendiri atau penjumlahan dari momen inersia penampang terhadap sumbu lain

$$J = \int_A r^2 da$$

$$J = \int_A y^2 da + \int_A x^2 da$$

$$J = I_x + I_y$$

J : Momen polar penampang (m⁴)

I_x : Momen inersia terhadap sumbu X menembus centroid (m⁴)

I_y : Momen inersia terhadap sumbu Y menembus centroid (m⁴)



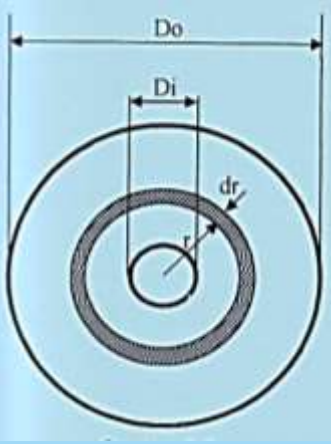


Diagram of a thick-walled cylinder with outer diameter D_o and inner diameter D_i . A differential element of thickness dr is shown at radius r .

$$J = \int_A r^2 da$$

$$da = (2\pi r) dr$$

$$J = \int_A r^2 (2\pi r) dr$$

$$J = \int_{D_i/2}^{D_o/2} 2\pi r^3 dr$$

$$= \frac{2\pi}{4} r^4 \Big|_{\frac{1}{2}D_i}^{\frac{1}{2}D_o}$$

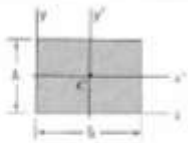

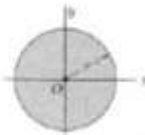
$$= \frac{\pi}{2} \left[\left(\frac{1}{2}D_o\right)^4 - \left(\frac{1}{2}D_i\right)^4 \right]$$

$$J = \frac{1}{32} \pi (D_o^4 - D_i^4)$$

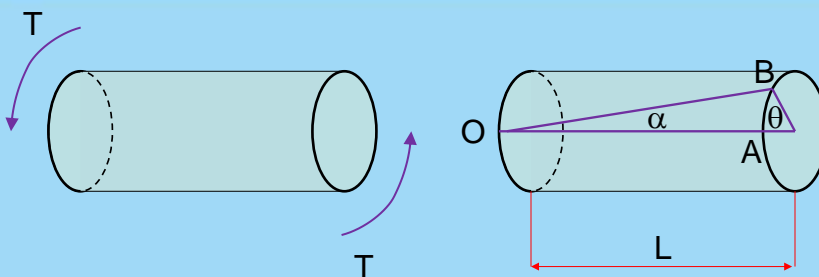
Untuk silinder pejal

$$D_i = 0$$

$$J = \frac{1}{32} \pi (D_o^4)$$

Rectangle		$\bar{I}_x = \frac{1}{12}bh^3$ $\bar{I}_y = \frac{1}{12}b^3h$ $I_x = \frac{1}{12}bh^3$ $I_y = \frac{1}{12}b^3h$ $I_{xy} = \frac{1}{12}bh(b^2 + h^2)$ <p>about centroid</p>
Triangle		$\bar{I}_x = \frac{1}{36}bh^3$ $I_x = \frac{1}{36}bh^3$
Circle		$I_x = I_y = \frac{1}{4}\pi r^4$ $I_{xy} = \frac{1}{4}\pi r^4$

Perubahan sudut puntir



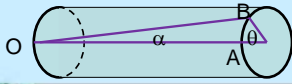
Asumsi: Penampang bahan dalam kondisi tegak lurus.

OA : Garis sebelum torsi

OB : Garis sesudah torsi

Perubahan sudut : α (dalam radian)

Regangan geser : $\gamma = \tan \alpha \cong \alpha$



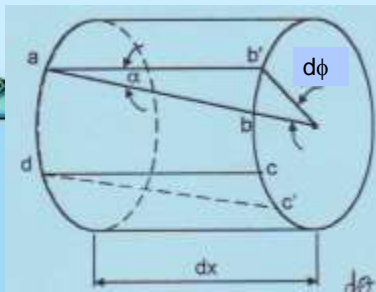
$$\alpha = \frac{AB}{L} = \frac{r \cdot \theta}{L}$$

Sehingga

$$\gamma = \frac{r \cdot \theta}{L}$$

Regangan geser merupakan fungsi dari jarak dari lingkaran. → lebih tepat dtuliskan sebagai fungsi dari jarak ρ dari titik pusat.

$$\gamma = \frac{\rho \cdot \theta}{L}$$



$$\gamma = \frac{bb'}{ab}$$

$$bb' = r \cdot d\phi$$

$$ab = dx$$

Sehingga

$$\gamma = \frac{r \cdot d\phi}{dx}$$

$\frac{d\phi}{dx}$ adalah laju perubahan sudut puntir

$$\theta = \frac{d\phi}{dx} \text{ maka } \gamma = r \cdot \theta$$



Pada puntiran murni $\frac{d\phi}{dx}$ konstan dan $\theta = \frac{\phi}{L}$ untuk panjang poros atau blok L

$$\gamma = r\theta = \frac{r\phi}{L}$$



Hubungan tegangan geser τ dan regangan geser γ digunakan persamaan hukum Hooke

$$\tau = G \cdot \gamma = G \cdot r \cdot \theta$$

τ adalah tegangan geser pada jarak ρ dari pusat

$$F = \tau \cdot dA$$

$$dT = F \cdot \rho$$

$$= \tau \cdot \rho \cdot dA$$

$$= G \cdot \rho \cdot \theta \cdot \rho \cdot dA = G \cdot \theta \cdot \rho^2 \cdot dA$$



$$T = \int G \cdot \theta \cdot \rho^2 \cdot dA$$

$$= G \cdot \theta \int \rho^2 \cdot dA \rightarrow \text{Momen polar (J)}$$

$$T = G \theta J$$

$$\theta = \frac{T}{GJ}$$

dimana:


θ : Sudut puntir tiap satuan panjang (rad/m)

T : Torsi N.m

G : Modulus Geser, N/m²

J : Momen polar penampang

Sudut puntir total ϕ dalam radian adalah:


$$\phi = \theta \cdot L$$

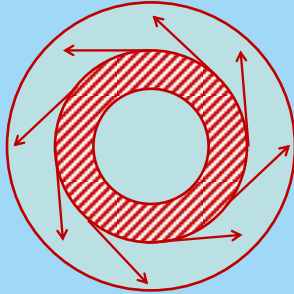
$$\phi = \frac{T \cdot L}{G \cdot J}$$

Tegangan Geser Maksimum

$$\tau_{max} = \frac{16TD}{\pi(D^4 - d^4)}$$

Tegangan Geser akibat beban torsi

Pendekatan keseimbangan Torsi.




$$\Sigma T = 0$$

$$T - \int_0^r \tau \cdot \rho \cdot da = 0$$

$$T = \int_0^r \tau \cdot \rho \cdot da$$

da: luasan yang di arsir.
Tegangan geser dan regangan geser berbanding lurus dengan jaraknya dari titik pusat



$$\frac{\tau_\rho}{\rho} = \frac{\tau_r}{r} = \text{konstan}$$

Sehingga persamaan torsi dapat ditulis:

$$T = \int_0^r \left(\frac{\tau_\rho}{\rho} \right) (\rho)^2 da$$

konstan

$$T = \frac{\tau_\rho}{\rho} \int_0^r (\rho)^2 da$$

$$T = \frac{\tau_\rho \cdot J}{\rho}$$

$$\tau_\rho = \frac{T \cdot \rho}{J}$$

Poros Pejal

$$J = \frac{1}{32} \pi d_o^4$$

$$\tau_{max} = \frac{T \cdot \frac{1}{2} d_o}{\frac{1}{32} \pi d_o^4} = \frac{16T}{\pi d_o^3} = \frac{5.09T}{d_o^3}$$

$$d_o \geq \sqrt[3]{\frac{5.09T}{\tau_{max}}} \rightarrow \text{diameter minimum}$$



Contoh

1. Berapakah diameter minimum poros pejal stainless Steel yang sudut puntir tidak boleh lebih dari 3 ° pada panjang 6m ketika torsi sebesar 12 kN.m bekerja. Berapakah tegangan geser maksimum? Gunakan nilai $G = 83 \text{ Gpa}$
2. Tentukan torsi maksimum yang dapat diaplikasikan terhadap as berlubang dengan diameter luar 100 mm diameter dalam 80 mm di dalam struktur tegangan geser tidak melebihi 60 Mpa atau perubahan sudut $< 0.5 \text{ deg/m}$. Gunakan $G = 83 \text{ Gpa}$. Analisa berdasarkan τ_{max} dan θ .



